

我是8位的

I am 8 bits, what about you?

随笔 - 205, 文章 - 0, 评论 - 103, 阅读 - 101万

导航

博客园

首页

新随笔

联系

订阅

管理

<

2022年3月

>

日	一	二	三	四	五	六
27	28	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

公告

你的支持是我的动力

欢迎关注微信公众号“我是8位的”



昵称：我是8位的

园龄：4年7个月

粉丝：288

关注：5

+加关注

盖楼抽奖

#她的梦想在发光#

HWD科技女性故事有奖征集

分享最打动你的科技女性故事

活动时间：2022年3月8日-3月18日

马上参与



搜索

找找看

谷歌搜索

常用链接

我的随笔

我的评论

我的参与

最新评论

我的标签

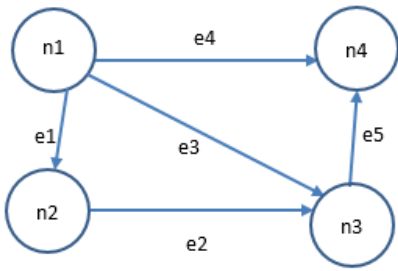
积分与排名

积分 - 457097

排名 - 1198

线性代数笔记16——图和网络

图（Graph）是离散数学中的一种常见数据结构，由节点和边组成，如果边有方向，就是有向图。下图是一个有4个节点5条边的有向图：



这个图（Graph）可以表示电网、网络或建筑物通道的数学模型。

关联矩阵

可以通过一个矩阵来解析有向图，这个矩阵称为关联矩阵（Incidence Matrix）。4个节点5条边的图用一个5×4的矩阵表示，用正负表示边的方向，矩阵的一行相当于图的一条边，矩阵的一列对应图的一个节点：

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} n1 & n2 & n3 & n4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} e1 \\ e2 \\ e3 \\ e4 \\ e5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

以A的第一行为例，它对应图的第一条边e1，e1的方向是从n1指向n2，与n3和n4无关。如果将A中的-1全部改为1，就变成了无向图。

A的前三行对应了三边e1,e2,e3，它们构成了图中的一个回路。对于一个图来说，回路的数量和位置至关重要。把回路单独拿出来看：

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} n1 & n2 & n3 & n4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} e1 \\ e2 \\ e3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

问题之一是：这三行相互独立吗？或者说它们是否是线性无关的？

似乎很容易看出，第3行可以由第1行和第2行相加得到，这说明回路对应的行是线性相关的。从图上看，从n1到n3可以n1→n3，也可以n1→n2→n3，所以说n1→n3是“多余”的，它可以由“绕行”代替。

存储大型关联矩阵

如果用关联矩阵描述一个大型图，你会发现矩阵中的0非常多，这个矩阵是一个稀疏矩阵。用计算机存储这个矩阵时，应当考虑是否应该用邻接表代替二维数组，同时也可以使用一维数组代替二维数组。

邻接表是一种常用的数据结构，它是一个存储了链表的一维数组。

随笔分类 (211)

- ★★资源下载★★(1)
- Java并发编程(1)
- 程序员的数学(24)
- 单变量微积分(31)
- 多变量微积分(24)
- 概率(24)
- 机器学习(27)
- 软件设计(1)
- 数据分析(6)
- 数据结构与算法(27)
- 随笔(5)
- 线性代数(34)
- 项目管理(2)
- 转载(4)

随笔档案 (205)

- 2021年2月(1)
- 2020年3月(2)
- 2020年2月(6)
- 2020年1月(4)
- 2019年12月(7)
- 2019年11月(15)
- 2019年9月(3)
- 2019年8月(6)
- 2019年7月(1)
- 2019年6月(8)
- 2019年5月(3)
- 2019年4月(5)
- 2019年3月(7)
- 2019年2月(3)
- 2019年1月(7)
- 更多

阅读排行榜

- 1. 使用Apriori进行关联分析 (一) (29768)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (28772)
- 3. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(24430)
- 4. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(23099)
- 5. 多变量微积分笔记3——二元函数的极值(22772)

评论排行榜

- 1. 隐马尔可夫模型 (一) (8)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (7)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(5)
- 5. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(4)

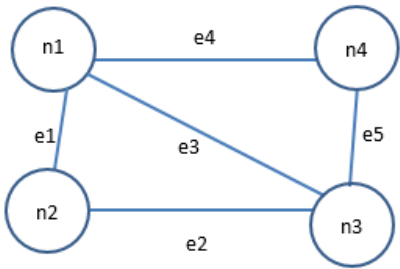
推荐排行榜

- 1. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(7)
- 2. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (6)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集 (二)——发现频繁项集(5)
- 5. 隐马尔可夫模型 (一) (5)

最新评论

- 1. Re:线性代数笔记3——向量2 (点积)
如果点积小于0, 即夹角小于90°, 这个写错了吧。应该是夹角大于90°
--猫猫猫猫大人

还是这个图，现在不考虑方向，用一维数组描述：



L[4]是有4个节点的数组（假设数组下标从1开始，和Matlab一样），初始元素都为0，这样构造数组：

n1与n2联通，将L[1]与L[2]赋予n2的序号，L = [2,2,0,0];

n2与n3联通，将L[2]和与L[2]相连的所有节点都赋予n3的序号，L = [3,3,3,0];

n3与n4联通，将L[3]和与L[4]相连的所有节点都赋予n4的序号，L = [4,4,4,4]。

对于回路不必重新赋值：

n1与n4联通，但是它们之间已经有回路了，L[1] == L[4];

n1与n3联通，它们之间同样有回路，L[1] == L[3]。

最终，L = [4,4,4,4]，判断两点n_p与n_q是否联通，只需要判断if L[p] == L[q]即可。

关联矩阵的零空间

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

如果A的零空间是零向量，则意味着Ax = 0有唯一解，此时A应当是方阵，A的行最简阶梯矩阵是单位矩阵，A的各列线性无关。

A不是方阵，所以x没有唯一解。这很容易验证，Ax = 0中，x有4个分量，方程组中有5个方程，但只有4个未知数，所以方程有无数解。

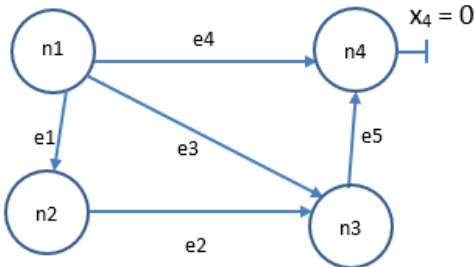
$$Ax = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_1 + x_2 \\ -x_2 + x_3 \\ -x_1 + x_3 \\ -x_1 + x_4 \\ -x_3 + x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

只要x₁ = x₂ = x₃ = x₄，就满足Ax = 0。A的零空间是位于R⁴空间下的1维空间：

$$N(A) = span \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right), \quad \dim(N(A)) = 1$$

如果A是电网，x_n表示每个节点的电势，则上面的N(A)意味着所有节点的电势相等，不存在电势差，因此不存在电流。如果把n4节点接地，就会产生电势差，此时相当于将x₄的电势设为0：

2. Re:线性代数笔记10——矩阵的LU分解写的很好，不过LU分解的前提是错的，LU分解只需要第三个条件，如果允许行置换就是下面写到的PLU，可以分解所有矩阵
- wiki3D
3. Re:单变量微积分笔记20——三角替换1 (sin和cos)很nice
- 尹保棕
4. Re:线性代数笔记24——微分方程和exp(At)有些图片挂了呢
- ccchendada
5. Re:寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程提个issue，最速降线中 $v = \{2gh\}^{1/2}$ 与配图不一致，建议以起点为原点，向右伸出x轴，向下伸出y轴建立坐标系
- trustInU



对于Ax来说， $x_4 = 0$ 意味着A的最后一列不起作用（最后一列的各个分量与0的相乘总是0）。这样，A前三列就变成线性无关，实际上A的任意三列都是线性无关，A的秩是3。

作者：我是8位的
出处：<http://www.cnblogs.com/bigmonkey>

本文以学习、研究和分享为主，如需转载，请联系本人，标明作者和出处，非商业用途！
扫描二维码关注公众号“我是8位的”



随笔
分类: 线性代数
标签: 有向图, 矩阵

好文要顶

关注我

收藏该文

我是8位的

关注 - 5

粉丝 - 288

+加关注

0

推荐

0

反对

« 上一篇: 线性代数笔记15——矩阵空间和秩1矩阵
» 下一篇: 线性代数笔记17——正交向量与正交子空间

posted on 2018-10-18 14:05 我是8位的 阅读(1614) 评论(0) 编辑 收藏 举报

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#)

登录后才能查看或发表评论，立即 [登录](#) 或者 [逛逛](#) [博客园首页](#)

【推荐】华为 HWD 2022 故事征集，分享最打动你的科技女性故事
【推荐】华为开发者专区，与开发者一起构建万物互联的智能世界

YOZO DCS

W

10

文档原样输出，实现在线
安全阅读，保护文档隐私
这些需求永中DCS都可以帮您实现！
了解更多

永中DCS，文档在线预览处理专家

YOZO 永中软件

10年行业经验，受到众多政府客户、
央企单位、邮箱客户、OA办公系统、
招聘网站、教育客户青睐

编辑推荐：

- 革命性创新，动画杀手铜 @scroll-timeline
- 戏说领域驱动设计（十二）—— 服务
- ASP.NET Core 6框架揭秘实例演示[16]：内存缓存与分布式缓存的使用
- .Net Core 中无处不在的 Async/Await 是如何提升性能的？
- 分布式系统改造方案 —— 老旧系统改造篇

#她的梦想在发光#
HWD科技女性故事有奖征集
活动时间：2022年3月8日~3月18日

最新新闻：

- 乔布斯的创业搭档：他缺乏工程师才能，不得不锻炼营销能力来弥补
 - 美国大厂码农薪资曝光：年薪18万美元，够养家，不够买海景房
 - 两张照片就能转视频！Google提出FLIM帧插值模型
 - Android 再推“杀手级”功能，可回收 60% 存储空间
 - 溺在理财暴雷潮的投资人：本金63万，月兑25元不够卖菜
- » 更多新闻...

Powered by:
博客园

Copyright © 2022 我是8位的
Powered by .NET 6 on Kubernetes